

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 14.11.24

Ответьте на вопросы (**устно**), если есть затруднения, то обратитесь к конспекту. Это вы должны знать!

- Что такое угол в 1 радиан?
- Формулы, связывающие радианную и градусную меры угла
- Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса
- Основные тригонометрические тождества

1. Новый материал (**конспект в тетрадь**)

Тема: «Синус, косинус и тангенс углов α и $-\alpha$ »

$$1 \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$2 \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$3 \quad \operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$4 \quad \operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

Пример:

Найдите $\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$, $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$, $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$, $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

Вычислим $\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$. Воспользуемся формулой (2) и запишем
$$\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = -\sin\frac{3\pi}{2} = -(-1) = 1$$

По формуле (1):
$$\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

По формуле (3):
$$\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = -1.$$

По формуле (4):
$$\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

А теперь выполним несколько заданий.

$$\sin(-45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2};$$

$$\operatorname{tg}(-45^\circ) = -\operatorname{tg}45^\circ = -1.$$

Обратите внимание: если нам нужно вычислить квадрат числа, то правила знаков не применяем, так как в квадрате число всегда неотрицательно.

Пример: $\sin^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \left(-\sin\frac{\pi}{3}\right)^2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} = 0,75$

2. Решение задач

Задача 1. Упростите выражение $\sin \alpha + \operatorname{tg}(-\alpha) \cos(-\alpha)$.

$$\sin \alpha + \operatorname{tg}(-\alpha) \cos(-\alpha) = \sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha = \sin \alpha - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cos \alpha = \sin \alpha - \sin \alpha = 0.$$

Задача 2. Докажите тождество $\sin(-\alpha) \cos \alpha \cdot (1 + \operatorname{tg}^2(-\alpha)) = \operatorname{tg}(-\alpha)$

Преобразуем левую часть тождества

$$\begin{aligned} \sin(-\alpha) \cos \alpha (1 + \operatorname{tg}^2(-\alpha)) &= -\sin \alpha \cos \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = -\sin \alpha \cos \alpha \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ &= -\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(-\alpha) \end{aligned}$$

Левая часть равна правой. Тождество доказано.

Задача 3. Вычислите:

а) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right);$

б) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 3 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right);$

в) $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 3 \cos \pi + \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right);$

г) $4 \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 1,3 \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 5 \sin\frac{3\pi}{2} + 9.$

Решение.

а) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{6};$

б) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 3 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{4} - 3 \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} =$
 $= -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 \cdot 1 = -3;$

$$в) \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 3 \cos \pi + \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) =$$

$$= -\sin\frac{\pi}{3} \cdot \left(-\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\right) + 3 \cos \pi + \cos\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + 3 \cdot (-1) + \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{3}{6} - 3 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - 3 + \frac{1}{2} = 1 - 3 = -2;$$

$$г) 4 \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 1,3 \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 5 \sin\frac{3\pi}{2} + 9 = 4 \cos\frac{\pi}{3} - 1,3 \left(-\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}\right) +$$

$$+ 5 \sin\frac{3\pi}{2} + 9 = 4 \cdot \frac{1}{2} - 1,3 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) + 9 = 2 - 0 - 5 + 9 = 6.$$

Задача 4. Упростите выражения:

а) $\sin^2(-\alpha) - \cos(-\alpha) + \operatorname{tg}(-\alpha)$,

б) $\sin(-\alpha) - \cos(-\alpha) \cdot \operatorname{tg} \alpha$,

в) $\frac{1 - (\sin \alpha - \cos(-\alpha))^2}{-\sin(-\alpha)}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \text{а) } \sin^2(-\alpha) - \cos(-\alpha) + \operatorname{tg}(-\alpha) &= (-\sin \alpha)^2 - \cos \alpha - \operatorname{tg} \alpha = \\ &= \sin^2 \alpha - \cos \alpha - \operatorname{tg} \alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sin(-\alpha) - \cos(-\alpha) \cdot \operatorname{tg} \alpha &= -\sin \alpha - \cos \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \\ &= -\sin \alpha - \sin \alpha = -2 \sin \alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{1 - (\sin \alpha - \cos(-\alpha))^2}{-\sin(-\alpha)} &= \frac{1 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{-(-\sin \alpha)} = \\ &= \frac{1 - (\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{1 - (1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha)}{\sin \alpha} = \\ &= \frac{1 - 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \cos \alpha. \end{aligned}$$

Домашнее задание:

Упражнения

Вычислить:

$$1) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right); \quad 2) \frac{1 + \operatorname{tg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{1 + \operatorname{ctg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)};$$

$$3) 2 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right);$$

$$4) \cos(-\pi) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{3}{2}\pi\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right);$$

$$5) \frac{3 - \sin^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2 \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)};$$

$$6) 2 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 3 + 7,5 \operatorname{tg}(-\pi) + \frac{1}{8} \cos \frac{3}{2} \pi.$$

Упростить выражение:

$$1) \operatorname{tg}(-\alpha) \cos \alpha + \sin \alpha; \quad 2) \cos \alpha - \operatorname{ctg} \alpha (-\sin \alpha);$$

$$3) \frac{\cos(-\alpha) + \sin(-\alpha)}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha};$$

$$4) \operatorname{tg}(-\alpha) \operatorname{ctg}(-\alpha) + \cos^2(-\alpha) + \sin^2 \alpha.$$

Конспект и выполненные упражнения отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru